



Calibração de lâmpadas incandescentes em temperatura de cor correlata por espectrorradiometria e abordagem por Monte-Carlo

T Ferreira da Silva*

¹ Divisão de Metrologia Óptica, Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia, Duque de Caxias – RJ, 25250-020, Brasil

* tfsilva@inmetro.gov.br

Resumo. O sistema de espectrorradiometria do *Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia* – Inmetro é utilizado para calibração de lâmpadas incandescentes em irradiância espectral por comparação. Os resultados no espectro visível podem ser utilizados para a determinação da temperatura de cor correlata (TCC). Este trabalho apresenta a metodologia empregada e os resultados obtidos na determinação da TCC de lâmpadas incandescentes a partir do sistema de irradiância espectral, incluindo a incerteza pela abordagem de Monte-Carlo. Os resultados foram validados no intervalo de 2000 K a 3200 K utilizando-se uma lâmpada com TCC conhecida e permitem a retomada da oferta do serviço de calibração.

1. Introdução

Grandezas colorimétricas quantificam a percepção de cores pelo ser humano. A padronização das metodologias de medição considera observadores e iluminantes padrão e torna possível a classificação e comparação entre artefatos. Calibração de fontes ópticas em grandezas colorimétricas é de grande relevância para a indústria em geral e, em especial, para a área de iluminação.

O cálculo das grandezas colorimétricas, como temperatura de cor correlata (TCC), pode ser realizado a partir da distribuição espectral da fonte (irradiância espectral ou mesmo da distribuição espectral relativa) [1]. A metodologia para isso está consolidada, mas diferentes abordagens são possíveis para a determinação da incerteza de medição, seja analítica [2], por Monte-Carlo [3] ou por aproximação [4].

O Sistema de Irradiância Espectral (SIE) da *Divisão de Metrologia Óptica do Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia* – Inmetro utiliza um espectrorradiômetro caracterizado para calibrar lâmpadas em irradiância espectral por comparação com uma lâmpada padrão [5,6]. A rastreabilidade ao sistema internacional de unidade SI se dá por uma lâmpada incandescentes do tipo FEL 1000W calibrada. O intervalo espectral de medição validado abrange de 250 nm a 1100 nm, portanto compreendendo o espectro visível (na prática, de 380 nm a 780 nm).

Este trabalho descreve a metodologia e validação do sistema desenvolvido para calibração de lâmpadas em TCC, coordenadas cromáticas (CC) e índice de reprodução de cor (IRC) no SIE do Inmetro a partir de medições espectrorradiométricas. A abordagem Monte-Carlo [7] foi implementada para determinação da incerteza de medição, tendo como entrada a distribuição espectral e a incerteza de cada ponto. Os resultados são validados com uma lâmpada de TCC conhecida e a ordem de grandeza das

incertezas dos parâmetros é balizada pela literatura. Os resultados constituem etapa fundamental na reativação do serviço de calibração de lâmpadas em TCC.

2. Metodologia

2.1. Irradiância espectral

O SIE do Inmetro utiliza um espectrorradiômetro caracterizado para realizar a comparação entre duas lâmpadas alternadamente [5,6]. As lâmpadas, posicionadas a 700 mm do difusor do instrumento sem obstrução do campo de visão, são acesas com corrente contínua. Os espectros são alternadamente medidos e a razão entre as curvas corrigidas das lâmpadas teste (M_T) e padrão (M_P) é multiplicada pela irradiância espectral da última (E_P), resultando na irradiância espectral do teste, como na equação (1).

$$E_T(\lambda) = \frac{M_T(\lambda)}{M_P(\lambda)} E_P(\lambda) \quad (1)$$

Como resultado, obtém-se um conjunto de valores de irradiância espectral com as respectivas incertezas para cada comprimento de onda de medição, $E_\lambda \pm u_{E_\lambda}$. As incertezas apresentam distribuição t -Student ou tipicamente normal, no limite dos graus de liberdade.

2.2. Determinação das grandezas colorimétricas

Por definição, TCC representa a “temperatura de um radiador Planckiano com a cromaticidade mais próxima da cromaticidade associada à distribuição espectral dada em um diagrama UCS modificado de 1976”, em tradução livre de [8].

Os valores (X, Y, Z) são calculados pela integração da multiplicação espectral da irradiância espectral da lâmpada, E_λ , pelas funções tristímulos ($\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda$) CIE 1931 [9] no intervalo espectral de 380 nm a 780 nm como

$$(X, Y, Z) \propto \int_\lambda (\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda) E_\lambda d\lambda \quad (2)$$

As coordenadas cromáticas (x, y, z) são obtidas pela normalização

$$(x, y, z) = \frac{(X, Y, Z)}{X+Y+Z} \quad (3)$$

Já as coordenadas cromáticas CIE 1960 uv são calculadas diretamente pela conversão

$$\begin{aligned} u &= 4x/(-2x + 12y + 3) \\ v &= 6y/(-2x + 12y + 3) \end{aligned} \quad (4)$$

Valores de (u_b, v_b) podem ser determinados aplicando-se o mesmo procedimento das equações (2) a (4) para a distribuição espectral do corpo negro em uma temperatura T , dada por

$$E_{b\lambda} = \lambda^{-5} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} \quad (5)$$

sendo o valor de c_2 calculado com as constantes de Boltzmann (k) e de Planck (h) e com a velocidade da luz no vácuo (c).

A distância entre as coordenadas cromáticas da lâmpada (u, v) e as coordenadas cromáticas de um corpo negro de temperatura equivalente (u_b, v_b) é determinada como a distância geométrica do *locus* planckiano no diagrama uv como

$$D_{uv} = \sqrt{(u - u_b)^2 + (v - v_b)^2} \quad (6)$$

O valor de TCC pode ser determinado pela minimização de D_{uv} na Eq. (5) em função de uma busca em T na Eq. (4), dadas as coordenadas cromáticas da lâmpada.

O índice de reprodução de cor também é determinado pela comparação da lâmpada com o corpo negro de mesma temperatura de cor, porém utilizando-se ainda os dados de refletância espectral de um conjunto de 14 cores padrão (TCS01 a TCS14). O R_a é obtido como a média aritmética das 9 primeiras cores padrão.

2.3. Método de Monte-Carlo

A abordagem de Monte-Carlo para cálculo da incerteza de medição considera propagação de distribuições de probabilidade [7], em contraste ao método de propagação de incertezas de medição [10]. A principal vantagem no caso específico apresentado, é o tratamento intrínseco da correlação entre as entradas, ou seja, entre os próprios valores de irradiância espectral entre si.

Computacionalmente, uma dada distribuição espectral de entrada pode ser representada por um vetor de i elementos, dado por $L_0(i)$. Cada valor de irradiância espectral é aleatoriamente variado dentro da distribuição de probabilidade de sua incerteza. No caso apresentado, cada valor soma-se à incerteza multiplicada por uma amostra aleatória da distribuição normal de média nula e desvio-padrão unitário, $r\{i\}$, resultando em

$$L_{in}(i) = L_0(i) + u_{L0}(i) r\{i\} \quad (7)$$

Os cálculos são executados para o conjunto de dados de entrada L_{in} , resultando em um valor de TCC (e demais parâmetros de saída). O procedimento é repetido N vezes com novos conjuntos de dados, sempre dentro dos parâmetros definidos pelas incertezas de cada ponto, gerando uma coleção de resultados. A estatística dos N valores finais é tomada para cálculo da média e do desvio-padrão (σ), e também dos limites inferior e superior para uma determinado intervalo de confiança.

O valor da TCC média e de σ convergem após um determinado número de iterações. A figura 1 mostra um exemplo em que foram executadas 10k iterações. O valor médio convergiu rapidamente para 2866 K e o desvio-padrão estabilizou em 6 K. O ajuste satisfatório de uma curva gaussiana ao histograma contendo todos os resultados de TCC indica distribuição próxima à normal.

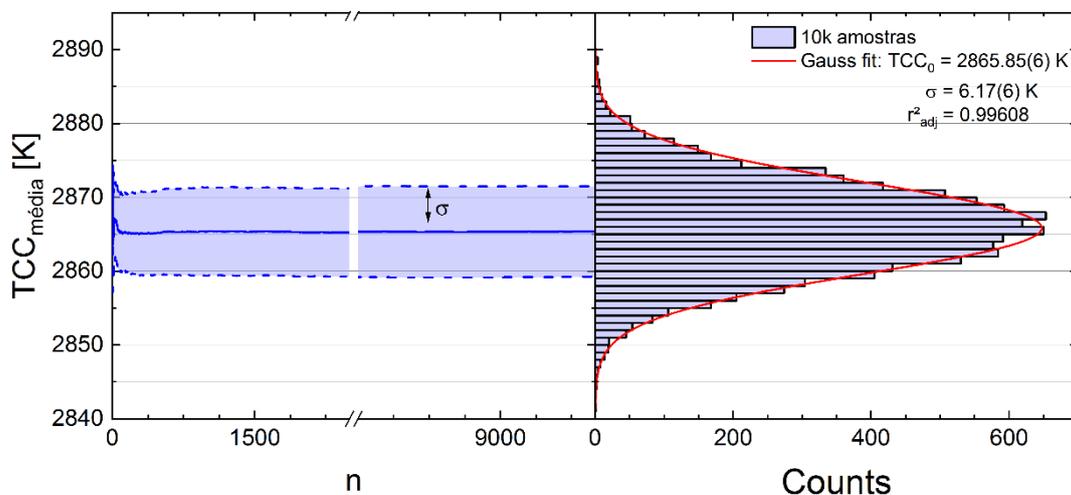


Figura 1. Exemplo de convergência das iterações no método de Monte-Carlo: (a) evolução do valor médio e do desvio-padrão; e (b) histograma dos valores após 10k iterações.

Foram realizadas 20k iterações para cada lâmpada em cada corrente avaliada. Um programa foi desenvolvido em Matlab e foi utilizado seu gerador de números pseudo-aleatório padrão. A figura 2 mostra a função densidade de probabilidade (PDF) dos valores de TCC, D_{uv} e coordenadas cromáticas xy para uma determinada lâmpada.

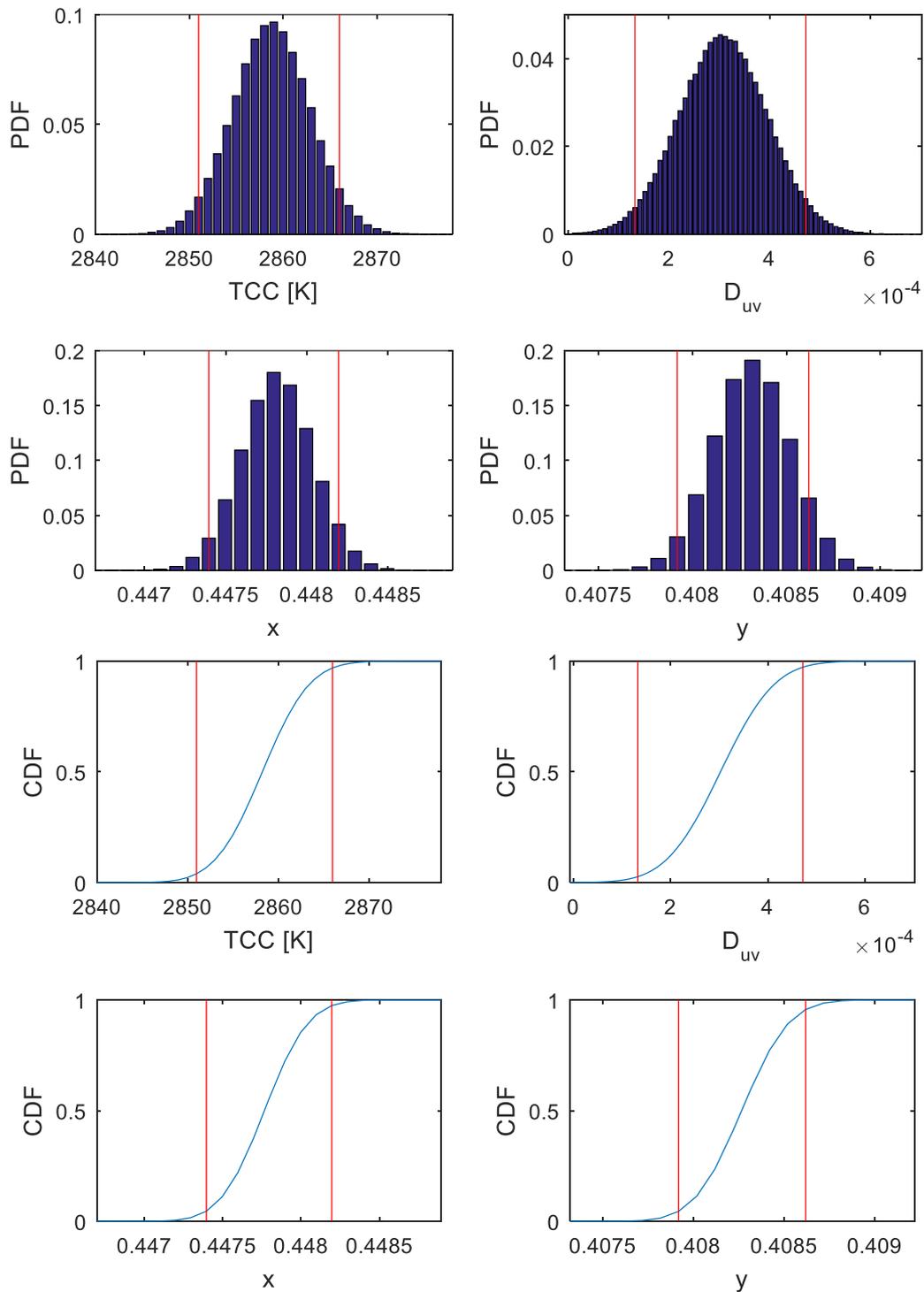


Figura 2. Funções densidade de probabilidade (quarteto superior) e densidade cumulativa (quarteto inferior) dos valores de TCC, D_{uv} e coordenadas xy obtidos para uma lâmpada FEL 1000 W.

Observa-se distribuição normal para todos os parâmetros do exemplo. Os valores de D_{uv} ocasionalmente resultam em uma distribuição assimétrica, uma vez que valores negativos não são possíveis. Neste caso, toma-se a mediana. As linhas verticais na figura 2 indicam o intervalo de confiança de 95,45 %. O intervalo de confiança é melhor visualizado (e computado) a partir das funções de probabilidade cumulativa (CDF) dos parâmetros.

3. Resultados

3.1. Validação de TCC

Uma lâmpada incandescente do tipo FEL 1000 W com TCC certificada foi utilizada como referência para validação do sistema de medição. Sua corrente de operação foi ajustada em diferentes valores, segundo o certificado de calibração, e a irradiância espectral foi medida – como mostrado na figura 3a. A figura 3b exibe os resultados de TCC obtidos em função da corrente (as barras de erro não são aparentes).

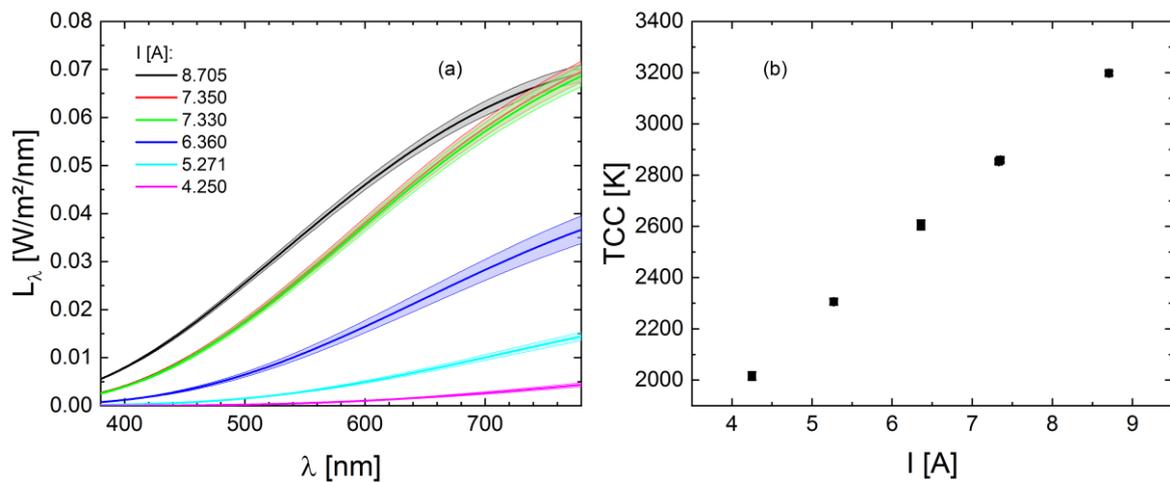


Figura 3. (a) Irradiância espectral da lâmpada FEL 1000 W de referência e (b) TCC resultante.

Os resultados de TCC obtidos (medidos em 2023) foram comparados com os valores de referência (certificado de calibração de 2019), como mostrado na figura 4a.

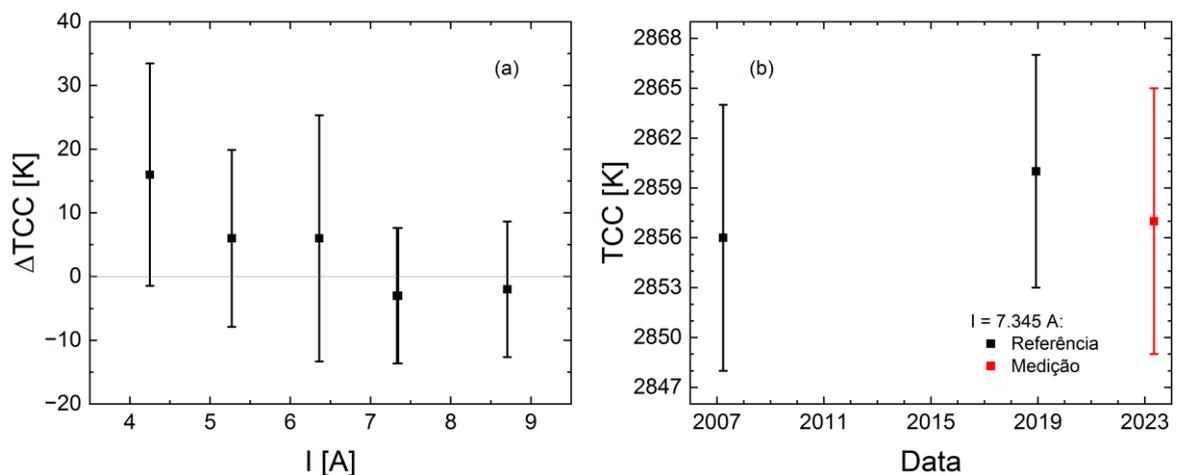


Figura 4. Comparação dos valores de TCC da lâmpada de referência medidos em relação aos certificados de calibração: (a) 2019; e (b) 2007 e 2019.

Observa-se que a incerteza combinada cobre a diferença entre os valores comparados, indicando erro normalizado menor que a unidade. A incerteza combinada considera a incerteza expandida dos valores certificados ($k = 2$) e a incerteza com 2σ dos resultados medidos. A lâmpada de referência possui ainda um certificado de calibração de 2007 com um ponto de medição em corrente coincidente, que na época resultou em 2856 K. A figura 4b mostra a evolução temporal desses resultados de TCC de referência (2007 e 2019) e medido (2023). As barras de erro representam incerteza expandida ($k = 2$) para os valores certificados e 2σ para os resultados de medição. Observa-se concordância entre os resultados dentro do erro normalizado, com diferença da medição de -3 K para 2019 e de 1 K para 2007.

3.2. Incerteza de medição

Várias lâmpadas do tipo FEL 1000 W foram medidas no SIE e os valores de TCC foram computados. A figura 5 mostra os resultados da incerteza obtida como 2σ . A lâmpada de referência da seção 3.1 é indicada como “A”. Observa-se que as incertezas ficaram limitadas a 8 K, chegando a 16 K na medição em 2000 K.

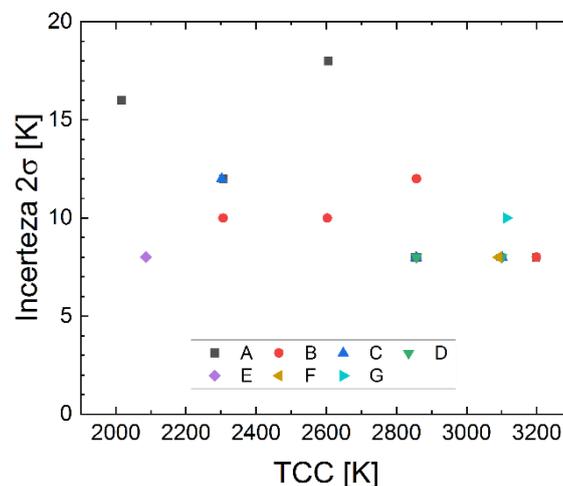


Figura 5. Incerteza de medição para um conjunto de lâmpadas do tipo FEL 1000 W. A lâmpada de referência é indicada como “A”.

O caso específico de uma lâmpada FEL 1000 W em 2857 K é comparado com a literatura na tabela 1. Observa-se compatibilidade entre os valores, tratando-se de lâmpadas incandescentes com TCC semelhantes. A incerteza dos valores da distribuição espectral considerada em [3] é reportada como 1 %, enquanto que a incerteza dos valores da distribuição espectral medida é 1.85% (valor RMS calculado ao longo do espectro visível). Como consequência, as incertezas das grandezas colorimétricas são semelhantes, dentro das mesmas ordens de grandeza, com valores ligeiramente menores no caso da literatura.

Tabela 1. Comparação das incertezas com a literatura [3].

Grandeza	Inmetro			Ref [3]	
	Valor	U=2 σ	CMC (k=2)	Valor	U (95%)
TCC [K]	2857	8	20	2857.2	5.6
D_{uv}	0.00031	0.00018	-	-	-
x	0.4478	0.0004	0.006	0.44757	0.00029
y	0.4082	0.0004	0.006	0.40744	0.00026
R_a	99.57	0.16	3	-	-

Os valores de incerteza de TCC, xy e R_a obtidos são menores que a declaração de melhor capacidade de medição (CMC) na base de dados de comparações chave (KCDB) do Bureau Internacional de Pesos e Medidas (BIPM) [11], abrindo a eventual possibilidade de solicitação de redução futura.

4. Conclusão

O sistema de irradiância espectral, SIE, do Inmetro foi utilizado para a medição de grandezas colorimétricas. A incerteza de medição foi calculada pelo método de Monte-Carlo, resultando em valores de até 8 K, considerando-se 2σ (dois desvios-padrão). O sistema foi validado com auxílio de uma lâmpada de referência em TCC no intervalo de 2000 K a 3200 K, com resultados compatíveis com o certificado de calibração. Espera-se que o SIE possa fornecer rastreabilidade a outros sistemas de medição fotométrica e colorimétrica do Inmetro focados na execução de serviços de calibração e ensaio.

Agradecimentos

O autor agradece à equipe do *Laboratório de Radiometria e Fotometria* do Inmetro pelas discussões técnicas.

Referências

- [1] J. Schanda, "Colorimetry: understanding the CIE system," John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [2] J. L. Gardner, "Correlated colour temperature - uncertainty and estimation," *Metrologia* **37**, 381-384 (2000).
- [3] P. Kärhä et al., "Method for estimating effects of unknown correlations in spectral irradiance data on uncertainties of spectrally integrated colorimetric quantities," *Metrologia* **54**, 524 (2017).
- [4] I. Ázara e T. Menegotto, "Proposta de uma abordagem para a estimativa da incerteza em TCC e outras grandezas colorimétricas," in: *Congresso Brasileiro de Metrologia Óptica*, Fortaleza/CE (2021).
- [5] T. Ferreira da Silva, "Secondary calibration of lamps in spectral irradiance," in: *Congresso Brasileiro de Metrologia Óptica*, Florianópolis/SC (2019).
- [6] T. Ferreira da Silva et al., "Intercomparison of indoor and outdoor spectral irradiance measurements between INTI and INMETRO," *App. Opt.* **60**, 5177-5185 (2021).
- [7] JCGM 101:2008, "Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Propagation of distributions using a Monte Carlo method", 2008.
- [8] CIE S 017:2020 ILV: International Lighting Vocabulary, 2nd edition, 2020.
- [9] <https://cie.co.at/datatable/cie-1931-colour-matching-functions-2-degree-observer>, acesso em 9/3/2023.
- [10] JCGM 100:2008, "Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement", 2008.
- [11] <https://www.bipm.org/en/cipm-mra/kcdb>, acesso em 9/3/2023.