

Computational simulation of electronic avalanches under uniformly varying electric field in a proportional detector

I S Silveira¹ e L V E Caldas¹

¹ Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, Comissão Nacional de Energia Nuclear – IPEN/CNEN, São Paulo, 05508- 000, Brasil

iurys.silveira@usp.br

Abstract. The signal generation in a proportional detector is based on the avalanche of ionizations that occur within its sensitive volume; these ionizations are complex processes and are difficult to model analytically. Furthermore, this phenomenon is influenced by a variety of factors, including the electric field, the filling gas, and the detector geometry. In this work, a computational method is presented to simulate electron transport, which is based on the hydrodynamic approximation of the Boltzmann transport equation. This approximation considers that the filling gas behaves as a fluid and that electrons move according to the laws of hydrodynamics, thereby simplifying the transport equation and enabling numerical solutions. This allows simulations to be performed in a relatively short time with a high precision. This study explores the behavior of avalanches under the influence of a varying external electric field along the detector, as well as some transport parameters for the gas mixture P-10 (90% Ar and 10% CH₄). The simulation results were compared with current literature and showed good agreement. These simulations can be utilized to enhance the design and operation of detectors and can also contribute to the development of new detector types.

1. Introdução e Objetivos

A geração de sinal em detectores proporcionais é um processo complexo. Esse fenômeno é baseado na ocorrência de avalanches de ionizações no interior do volume sensível do detector. Após a passagem da radiação, parte da energia é responsável por ionizar partículas do gás presente no meio dando origem à cascata de ionizações subsequentes; a quantidade de carga produzida pelas avalanches pode ser medida e está relacionada com a energia transferida ao gás. No entanto, devido à natureza intrincada desse fenômeno, acaba sendo desafiador modelar analiticamente esse processo. Além disso, um amplo conjunto de variáveis influenciam esse fenômeno, como o campo elétrico aplicado, o tipo de gás utilizado no detector e a geometria dos eletrodos [1, 2].

Uma das possibilidades de entender as avalanches é baseada na aproximação hidrodinâmica para a equação de transporte de Boltzmann, que trata o gás de preenchimento como um fluido e considera os elétrons e os íons se movendo de acordo com as leis da hidrodinâmica. Essa abordagem simplifica significativamente a equação de transporte, tornando viável a resolução numérica do problema. Uma das grandes vantagens ao usar esse método de modelagem computacional é que ele permite realizar simulações em um tempo relativamente curto, mantendo um alto grau de precisão. Isso possibilita analisar o comportamento das cascatas de ionização sob a influência de um campo elétrico externo, que pode variar ao longo do detector dependendo de sua geometria.

Além disso, são investigados alguns parâmetros de transporte como o coeficiente de ionização – também conhecido como primeiro coeficiente de Townsend – e os coeficientes de difusão de elétrons e íons, que são específicos para a mistura gasosa P-10, composta por 90% de argônio e 10% de metano. A mistura P-10 traz algumas vantagens como uma boa eficiência de detecção, sendo capaz de detectar ampla faixa de energia de partículas incidentes. Isso se deve ao fato de que o argônio e o metano são ambos gases inertes que não reagem com as partículas. Esse gás possui uma baixa impedância, permitindo que uma grande quantidade de carga seja produzida pelas avalanches de ionização [3].

Essa mistura também possui uma boa resolução em energia porque o argônio tem uma alta densidade de elétrons, o que facilita a formação de avalanches de elétrons, sendo capaz de distinguir entre partículas de diferentes energias. Somado a isso, a mistura P-10 tem uma longa vida útil, o que significa que ela pode ser usada por um longo tempo sem se decompor ou se degradar. Isso é importante para detectores proporcionais, que precisam ser operados por longos períodos de tempo. E por fim, a mistura P-10 é um gás relativamente barato [4, 5].

Para simular o modelo proposto neste trabalho foi utilizado a linguagem Python, uma linguagem de programação amplamente reconhecida e utilizada na área científica e computacional devido à sua versatilidade e facilidade de uso. A escolha do Python como a linguagem principal para a implementação da metodologia se deve ao seu extenso conjunto de bibliotecas e ferramentas especializadas que agilizam o desenvolvimento de soluções numéricas complexas.

A abordagem hidrodinâmica simplifica significativamente a equação de transporte, possibilitando analisar o comportamento das cascatas de ionização sob a influência de um campo elétrico externo, que pode variar ao longo do detector dependendo de sua geometria [6]. O objetivo deste trabalho é investigar o transporte de elétrons em mistura gasosa P-10 sob influência de um campo elétrico que varia de modo uniforme usando uma abordagem hidrodinâmica.

2. Metodologia

Para simular o transporte de elétrons em detectores proporcionais utilizando a aproximação hidrodinâmica para a equação de transporte de Boltzmann, foi empregada uma metodologia baseada em modelagem por diferenças finitas. Esse método numérico é amplamente utilizado para resolver equações diferenciais parciais em domínios discretizados, permitindo a obtenção de soluções aproximadas para o problema de transporte com um excelente grau de precisão numérica.

Para viabilizar a simulação computacional do transporte de elétrons em detectores proporcionais utilizando a aproximação hidrodinâmica para a equação de transporte de Boltzmann, uma etapa fundamental consiste na discretização do domínio do detector em uma malha tridimensional. Essa discretização é realizada para representar a geometria do detector e permitir uma abordagem numérica precisa e eficiente do fenômeno de geração de sinal por meio das avalanches de ionizações. A geometria do detector foi subdividida em células discretas, criando uma estrutura tridimensional que mapeia o volume sensível do dispositivo. Cada célula da malha corresponde a uma pequena região do detector, em que os elétrons e íons podem se mover e interagir sob a influência do campo elétrico aplicado e outros fatores relevantes. A escolha adequada da granularidade da malha é essencial para garantir a precisão dos resultados, uma vez que células muito grandes podem desprezar detalhes importantes do fenômeno, enquanto células muito pequenas podem levar a um aumento desnecessário do esforço computacional [7].

Com a discretização do domínio, é possível criar um sistema de coordenadas (x, y, z) que abrange todo o volume do detector. Essa estrutura de coordenadas discretas simplifica a implementação das equações de transporte pelo método das diferenças finitas, pois permite associar os valores das variáveis físicas como a densidade de carga, velocidades, concentrações a cada ponto da malha [7, 8]. Ao aplicarmos a discretização por diferenças finitas, obtemos expressões numéricas para praticamente todas as grandezas de interesse relacionadas às avalanches difusivas no regime de Townsend. Essas avalanches surgem a partir de pares elétron-íon únicos, os quais são gerados em qualquer ponto dentro

do volume de gás no detector. Ademais, o modelo também contempla o caso de ionização uniforme, permitindo uma visão abrangente do processo de ionização e recombinação no detector [8, 9].

A abordagem hidrodinâmica da equação de Boltzmann foi cuidadosamente adaptada, tornando possível descrever a evolução da densidade de carga no espaço e no tempo. Essa formulação numérica é comumente conhecida como o modelo de "enxame", caracterizando a dinâmica do transporte de elétrons e íons em detectores proporcionais por meio da representação de uma multidão de partículas interagentes [10, 11, 12]. Ao dividir o domínio em células discretas, a simulação torna-se capaz de capturar fenômenos microscópicos relevantes, como as colisões entre partículas carregadas e a interação com as moléculas do gás de preenchimento. Após essa etapa, as equações de transporte são discretizadas e implementadas no domínio discretizado, possibilitando a iteração temporal e a obtenção dos resultados finais.

Para realizar os cálculos numéricos essenciais na simulação do transporte de elétrons, foram utilizadas as bibliotecas NumPy e SciPy, consideradas pilares fundamentais no ambiente de computação científica em Python. A biblioteca NumPy oferece poderosas funcionalidades para manipulação de conjunto de dados multidimensionais, permitindo a representação eficiente dos dados discretizados e dos parâmetros físicos ao longo do domínio do detector. Além disso, a integração de sistemas de equações lineares é uma tarefa crítica na resolução numérica das equações de transporte por diferenças finitas. Para esse fim, a biblioteca SciPy disponibiliza métodos robustos e otimizados para a solução de sistemas lineares, tornando possível encontrar soluções precisas e estáveis para os sistemas de equações resultantes [13]. Outra capacidade essencial fornecida pelas bibliotecas é a integração numérica, um componente importante para calcular grandezas físicas relevantes, como densidades de carga, velocidades e concentrações de elétrons e íons ao longo do tempo e do espaço.

Por fim, a abordagem computacional com Python permitiu que o processo de simulação fosse executado de forma eficiente e com relativa rapidez, o que é essencial para analisar grandes conjuntos de dados e explorar diferentes configurações de parâmetros.

3. Resultados

Através dessa abordagem hidrodinâmica e com a discretização das equações de transporte e do domínio, foi possível modelar o comportamento das partículas do gás, obtendo informações detalhadas sobre a distribuição espacial das avalanches de elétrons e íons ao longo do detector.

O cenário computacional foi definido de modo que os planos dos eletrodos, cátodo e ânodo, ficassem no limite inferior do domínio, $z = 0$ mm para o cátodo, e superior para o ânodo, $z = h = 10$ mm. Para evitar efeitos de borda, os eletrodos foram considerados de comprimento infinito, e as avalanches ocorriam em diferentes alturas h_{av} , de modo que: $0 < h_{av} < h$. Além disso, a intensidade do campo elétrico inicial E_0 varia ao longo do interior do volume sensível – no sentido positivo de z – dando uma característica de campo uniformemente variado.

As Equações (1) e (2) trazem a aproximação hidrodinâmica [14, 15], onde ρ_i indica o número de partículas, sendo para elétrons ou íons, α e η são os coeficientes de ionização e captura de elétrons respectivamente, e v é a velocidade de deriva. Na Equação (2) estão representados os fluxos de partículas $\vec{\Phi}_i$, tanto para os elétrons quanto para os íons, e D_i representa o coeficiente de difusão.

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\Phi}_i = (\alpha - \eta) \cdot \vec{\Phi}_i \cdot v \quad (1)$$

$$\vec{\Phi}_i = \hat{v}_i \rho_i - D_i \vec{\nabla} \rho_i \quad (2)$$

A **Figura 1** apresenta a corrente de elétrons no ânodo encontrado ao resolver a Equação (1) em campo elétrico constante, levando em consideração a velocidade de deriva dos elétrons de 30 mm/ μ s. Quando a difusão não é considerada, ou seja, $D_i = 0$, a avalanche se comporta com um ponto matemático que ao decorrer do tempo vai aumentando o número de elétrons, e ao chegar no plano do ânodo, praticamente todos os elétrons são detectados ao mesmo tempo. Porém, quando se leva em consideração

a difusão, o comportamento muda, passa a se assemelhar a uma gaussiana, que é o esperado, uma vez que ao passo que a avalanche evolui no tempo, os elétrons vão se espalhando do ponto central da avalanche. A concordância entre os resultados das simulações e os dados da literatura [8, 16] é um indicativo fundamental de que a metodologia adotada é sólida e capaz de capturar de maneira fiel as características do comportamento das avalanches de elétrons no detector. A consistência observada nas comparações evidencia a robustez do modelo numérico implementado e a sua habilidade em reproduzir os fenômenos físicos reais que governam o transporte de elétrons em detectores proporcionais.

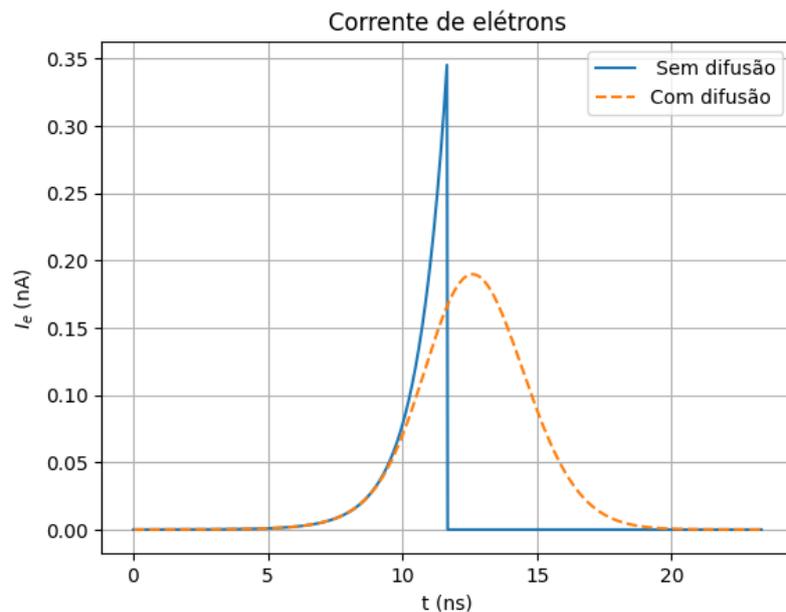


Figura 1. Corrente de elétrons simulada para os casos sem difusão (linha sólida azul) e com difusão (linha tracejada laranja).

Para o caso onde o campo elétrico não é constante, as grandezas que são em função da intensidade do campo mudam consideravelmente. As principais são: a velocidade de deriva dos elétrons W_e e dos íons W_i , o coeficiente de ionização α e os coeficientes de difusão D_i . A **Figura 2**, mostra como W_e e α variam conforme a intensidade de um campo elétrico gerado por ânodo com em forma de um fio de 25 μm de raio, concêntrico a uma casca cilíndrica como cátodo, comumente utilizada em detectores proporcionais. No ânodo foi aplicada uma tensão de 1 kV, enquanto o cátodo permanece aterrado, gerando um gradiente de campo que cresce exponencialmente ao se aproximar da superfície do fio.

O comportamento da densidade de elétrons em função do tempo utilizando as grandezas para o campo elétrico não constante é mostrado na **Figura 3**, que, em comparação com a curva em laranja da **Figura 1**, segue o comportamento que é semelhante a uma gaussiana devido à difusão espacial. Nesta simulação, o número de elétrons iniciais é 1, e com a evolução temporal da simulação, a densidade eletrônica aumenta, até seu ápice, que se dá na superfície do anodo, onde os elétrons são coletados. A partir desse ponto, o número de elétrons volta a cair, até que ocorra uma nova avalanche.

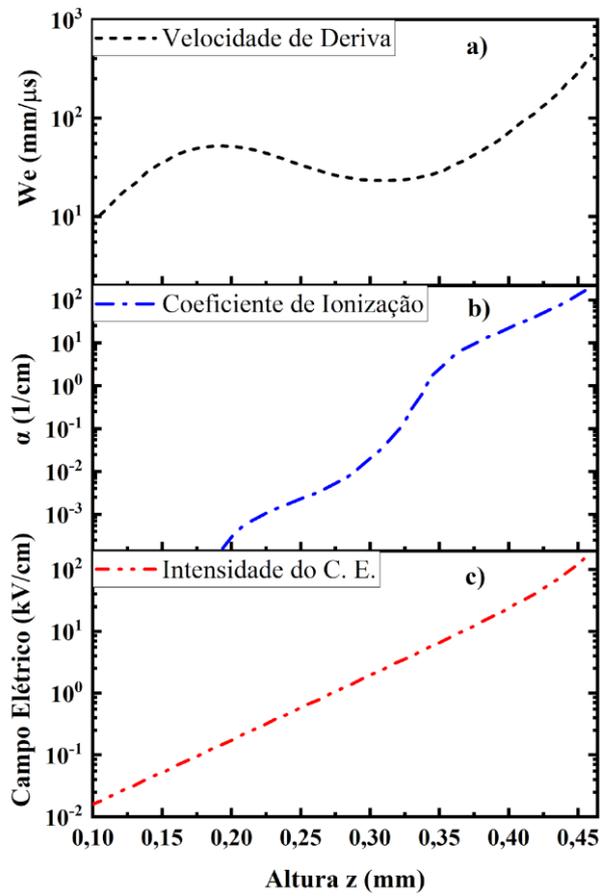


Figura 2. a) Representação da intensidade do campo (linha vermelha); b) Variação do coeficiente de ionização (linha azul); em c) Comportamento da velocidade de deriva dos elétrons (linha preta).

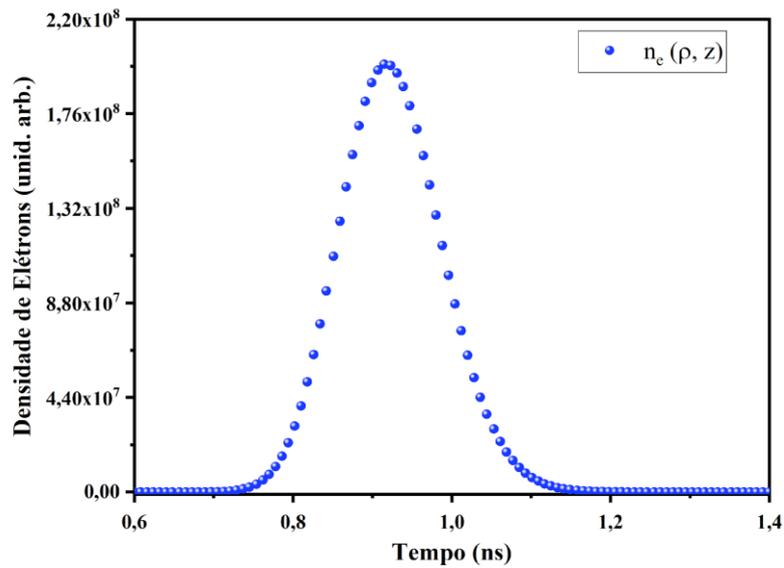


Figura 3. Densidade de elétrons em função do tempo.

4. Conclusão

É importante ressaltar que, embora os resultados obtidos até o momento sejam promissores, a validação continua sendo um processo em andamento. Melhorias estão sendo feitas para aprimorar e refinar a metodologia, além de estender as análises para uma maior diversidade de condições e configurações experimentais. Uma validação adicional é essencial para consolidar a confiança nos resultados e para explorar ainda mais as capacidades do modelo numérico em reproduzir com exatidão os comportamentos complexos presentes no transporte de elétrons.

Ao investigar os parâmetros de transporte específicos da mistura P-10, o trabalho demonstra sua relevância para projetos e operações de detectores, fornecendo alternativas importantes para otimização e melhorias em sua performance. Os resultados obtidos nas simulações foram cuidadosamente comparados com dados da literatura atual, e uma excelente concordância foi encontrada, o que valida a eficácia e confiabilidade do método proposto. Essas simulações podem ser de grande utilidade na melhoria do projeto e operação de detectores já conhecidos, proporcionando ideias importantes para otimizar seu desempenho.

Portanto, ao considerar o bom grau de precisão e a concordância com a literatura, juntamente com o compromisso contínuo de validar e aprimorar a metodologia, essa pesquisa contribui de forma significativa para o entendimento e o aprimoramento desses dispositivos essenciais em diversas áreas da ciência e da tecnologia, fornecendo subsídios valiosos para projetos inovadores e melhorias na detecção de radiação e partículas.

Em suma, este trabalho traz uma simulação do transporte de elétrons em detectores proporcionais, revelando-se uma ferramenta para aprimorar a tecnologia de detecção de radiação e partículas. Com essa abordagem, abre-se um leque de possibilidades para a evolução e aprimoramento dos detectores, contribuindo para os avanços em diversas áreas da ciência e tecnologia.

5. Agradecimentos

Agradecemos às agências de fomento CNPq (Processo 305142/2021-6), FAPESP (Processo 2018/05982-0), CNEN (Processo 01/2020) e CAPES pelo apoio financeiro.

[11] Referências

- [1] J F Ziegler and J W Wilson 1974 Nucl. Inst. Methods **117** 360.
- [2] T D Rogowski 1984 Radiat. Detec. Meas. **25** 1.
- [3] G Charpak, R Bouclier, T Bressani, J Favier and C Zupancic 1968 Nucl. Instr. and Meth. **62** 262.
- [4] A Oed 1988 Nucl. Instrum. and Meth. A **263** 351.
- [5] F Biagi and T J Jones 1995 Nucl. Instrum. Meth. A **361** 72.
- [6] C Geuzaine and J F Remacle 2009 Int. J. Numer. Meth. Eng. **79** 1309.
- [7] L Wang, X Ou, Y Zheng, J Liu, X Lin and T Zhang 2019 AIP Adv. **9** 055320.
- [8] P Fonte 2013 J. Inst. **8** 11001
- [9] Ioanis G, P C Rebourgeard, J P Robert and G Charpak 1996 Nucl. Instrum. Meth. A **376** 29.
- [10] J de Urquijo, A M Juárez, E Basurto and J L Hernández-Ávila 2009 Phys. J. D **51** 241.
- [12] J Brambring 1964 Z. Phys. **179** 532.
- [13] A L Ward 1965 J. Appl. Phys. **36** 1291.
- [14] B Al Atoum, S F Biagi, D González-Díaz, B J P Jones and A D McDonald 2020 Comput. Phys. Commun. **254** 107357.
- [15] A P Jovanovic, M N Stankov and V Lj Markovic 2023 Contrib. Plasm Phys. **63** (3 – 4).
- [16] S A Fadeeva and A I Saifutdinov 2017 Plasma Phys. Rep. **43** 1080.
- [17] H H El-Hawary, M Abdel-Salam 2020 IEEE Trans Plasma Sci **48** 3740.